HADMÉRNÖK

VI. Évfolyam 2. szám - 2011. június

Erdei Gábor

A FÖLDRAJZI MODELLEZÉSBEN ALKALMAZOTT MATEMATIKAI ÖSSZEFÜGGÉSEK

Absztrakt

A cikk szerzője modellezés során alkalmazott matematikai összefüggésekkel foglalkozik. Ismerteti azokat a számítási eljárásokat, melyek a profilalkotáskor felhasználhatók. Az alkalmazott matematikai összefüggések alapparadigmákra épülnek, melyek segítenek a tettes tartózkodási helyének meghatározásában. Az eredményeket nagymértékben befolyásolja az a körülmény, hogy az elkövető utazó jelleggel, avagy a lakhelye közelében követi el a bűncselekményeket, ezért szükséges a problémakör több irányú megközelítése, illetve a legmegfelelőbb módszer kiválasztása. A modellezés akkor eredményes, ha a földrajzi jellemzés módszerei figyelembe veszik nemcsak a szabályszerűségeket, hanem a korlátokat is. A profilalkotó módszer az időben elnyúló sorozatbűncselekmények elkövetőjének felderítésére a bűncselekmény típusától függetlenül is jól alkalmazható.

The author used in modeling the geographic deals with mathematical equations. Describes the calculation procedures which can be used for profiling. The applied mathematical relationships based on basic paradigms which help in determining the location of the offense. The results are greatly influenced by the fact basis that the offender is traveling, or living in the vicinity of the crimes committed by therefore necessary for multi-directional approach to the problem, selecting the most appropriate method. The modeling is effective the method takes into account not only the geographical characterization of the regularities but the constraints. The profiling method stretching out the time series to detect the perpetrator of crimes regardless of the type of crime can be applied.

Kulcsszavak: *földrajzi profil, rögzítési pont, Fokker-Planck egyenlet, határfeltételek, sorozatbűncselekmény, puffer zóna, utazó bűnözés, MLE egyenlet, CGT algoritmus, számítási módszerek, modellezés fejlesztése, térbeli pont ~ geographical profile, fixation point, Fokker-Planck equation, boundary conditions, crime series, buffer zone, traveler crime, MLE equation, CGT algorithm, calculation methods, modeling development, point in space.*

A BŰNÖZÉSFÖLDRAJZ ÉS A FÖLDRAJZI PROFIL KAPCSOLATA

A bűnözésföldrajz alakulásának egyik meghatározója az elkövető földrajzi profiljának megalkotása. A földrajzi profil a bűncselekmény gyanúsítottjának a legvalószínűbb tartózkodási helyére mutat rá. A profilalkotás számítógépes modellezés, ami a tettesekre és az elkövetések helyszíneire szolgáltat adatokat, melyek egzakt számításokon alapul. A modellezés tehát területbehatárolást jelent (Brantingham & Brantingham (1993), Canter and Larkin (1993), and Rossmo (2000). Canter, D. and Larkin, P. (1993).

Az elkövető tartózkodási helye abban a területben helyezkedik el, ahol a mindennapos tevékenységét végzi és ahol a bűncselekményeket elkövette (Groff, E. 2008). A két terület aránya eredményezi az elkövető legközelebbi és a legtávolabbi tartózkodási helye közötti távolságot.

A keresési terület komplex valószínűségi számításokkal állít elő egy centrális pontot (Clarke, R. V. and Felson, M., eds. 1993).

A földrajzi profilok szerepe nem csak abban rejlik, hogy eredményesen kutatja fel az elkövetőket, hanem az adott bűncselekményekre standard modelleket lehet építeni és ezek a modellek más nyomozásokban is alkalmazhatók (Levine, N. (2007)..

A profilalkotás tendenciózus folyamatokra is rávilágít a területi elemzésekben nagy mértékben nyújt segítséget, amely lehetősséget ad a bűncselekmények bekövetkezése elleni hatékony fellépésre (Rossmo 2000, Canter, D., Co_ey, T. Huntley, M., and Missen, C. (2000).

A KINETIKAI MODELL FELÁLLÍTÁSA

A földrajzi profilalkotás kinetikusan modellezhető, mely során a tettes tartózkodási helye lineáris úton határozható meg. A számításkor egy alappont kijelölése szükséges abban a keresési területben, melyben nemcsak a lakóhely, munkahely, stb. tartózhat bele, hanem a bűncselekmények helyszínein kívül az is, ahol az elkövetőt a szemtanúk látták, vagy megfigyelték. A kinetikai modell a Fokker-Planck egyenlet és a Bayes-tétel felhasználásával, valamint az alappontok (rögzítési) pontok segítségével állítható fel (Keats, A., Yee, E., and Lien F-S. (2007).

A földrajzi értelemben vett változók, mint pl. a népsűrűség, a földrajzi akadályok, a folyók, a tavak, a parkok stb. befolyásoló tényezőként jelennek meg a helymeghatározás elliptikus parciális differenciál egyenletében (PDE). A modellezés számításaiban a Multigrid módszer (a numerikus analízis egyik csoportja) alkalmazható, mely a PDE egyenletek segítségével az algoritmusok megoldására szolgál. (O'Leary, M. 2009).

Klasszikus problémaként vetődik fel minden bűnügy nyomozásakor egy olyan rögzítési pont meghatározása, mely az elkövető tartózkodási helyét valószínűsíti. A rögzítési vagy alappontot z ∈ R2 halmazon értelmezzük (O'Leary, M. 2009).

Sorozat bűncselekmény esetén az összefüggés kiegészül a helyszínekkel és azokkal a helyekkel, ahol az elkövetőt látták. x1, …, xN ∈ R2

A rögzítési pont lehet a cselekményekkel összefüggésbe nem hozható hellyel, mint a barátnál, vagy a családtagnál való tartózkodási hely, a munkahely, stb., de lehet pl. autóbusz megállóhely is, mely elkövetési helyszínként jelenik meg (O'Leary, M. 2009).

A rögzítési pont egyenlete

A gyakorlatban rögzítési pontként az alábbi összefüggés használható.

$$S(\mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{N} f(d(\mathbf{x}_i, \mathbf{z})) \quad .$$

A d metrikus távolságfüggvény, f egy olyan mag, mely jellemzően a távolság növelésével az eredmény pontosságát befolyásolja (O'Leary, M. 2009).

A számítási eredmények megbízhatósága

A módszer megbízhatóságát O' Leary (2009) vonta kétségbe, aki azt állította, hogy a modellezés csak a helyszíneket és az elkövető megjelenési pontjait mérlegeli. Az f általában izotróp (a térbeli iránytól független), és nem vesz figyelembe olyan földrajzi jellegzetességeket, mint az épületek és a lakosság sűrűségét.

P(z|x1, …, xN).

A betörések esetében a tettesek rögzítési pontjai meghatározhatók z1, z2, és a z3 alapján úgy, hogy a helyszínt centrális pontként jelöljük. A mintában a z rögzítési pontok egymáshoz képest növekvő sort alkotnak. A többi pont egyenlő távolságra van az 1. helyszíntől, mivel az elkövető egy kör kerületén mozgott. Hasonlóképpen a z2 kisebb mint a z3, mert olyan helyzet merülhet fel, ahol a központi z3 helyszín elérését az előtte elkövetett bűncselekmények megakadályozzák. Egy másik modellezés szerint a betörések földrajzi változatossága miatt a központi z helyszín körül rajzolt körben minden pont közelebb van a centrumhoz, mint z1, z2, vagy z3, alternatív megközelítésben a tettes tartózkodási helye a Bayes-tétel felhasználásával állapítható meg (Keats, A., Yee, E., and Lien F-S. (2007).

A Bayes-tétel

P (z | x sűrűsége a kikötési pont, P(z|x1, …, xN).

A tétel alkalmazásához szükséges az elkövetési helyekből következtetett, valamint korábbi eloszlásokból adódott rögzítési pontok. A sorozat bűncselekmények kinetikai modellezése megmutatja a tettes térbeli mozgását és az általa kiválasztott helyszíneket. A modell figyelembe veszi a földrajzi profilalkotás grafikai jellemzőit, melyekkel más modellezés nem számol. A számítások valójában egy becsült értéket adnak, mely az elkövető valószínűsíthető tartózkodási helyére mutat rá (Keats, A., Yee, E., and Lien F-S. (2007).

A kinetikai modellek megalkotására a Bayes-tételen kívül a Fokker-Planck egyenlet is segítséget nyújt. A parciális differenciál egyenletek (PDE) által a földrajzi profilalkotás hatékonyabbá válik. A Monte Carlo módszer esetében a közvetlen számítások a kinetikus modell pontatlanságához vezetnek. A kinetikai modell a gyanúsított táplálkozási szokásaiból is megalkotható, ami meghatározó tényező a bűncselekmény típusának (Keats, A., Yee, E., and Lien F-S. (2007).

A térbeli elmozdulás definíciója

A térbeli elmozdulás A(y) ≥ 0 azt jelenti, hogy a helyszínek mekkora területen oszlanak el. A betörés esetében feltételezhető, hogy minden lakás, családi ház egyformán lehetséges célpontjai a tettesnek, így lakóépületek eloszlása H(y). A lehetséges helyszínek által határolt mező az elkövetés gyorsaságát is jelzik a tettes y(t) helyzetében és t időpontban. A modell a gyanúsított valószínűsíthető mozgását a sztochasztikus differenciálegyenlettel írja le (Holcman, D., Marchewka, A., and Schuss, Z. (2005).

$$\frac{d\boldsymbol{y}}{dt} = \vec{\mu}(\boldsymbol{y}) + \sqrt{2D}\mathbf{R}_t ,$$

ahol Rt fehér zaj, vagyis $\langle \mathbf{R}_t \rangle = \mathbf{0}$ és $\langle R_t^i R_{t'}^j \rangle = \delta_{ij}\delta(t-t')$ és a D diffúziós paraméter (Holcman, D., Marchewka, A., and Schuss, Z. (2005).

A drift ($\vec{\mu}$) együttható alkalmazásának feltétele

Bonyolultabb büntetőügyekben a viselkedés tárgyilagosabb leírása céljából a drift (csúsztatási együttható: $\vec{\mu}$) elhanyagolható Példaként említhető, amikor a vizsgált régióban a lehetséges helyszínek a tettesek mozgási irányát módosíthatják. A tettes viselkedésére épített gradiens (függvény deriváltja) egy olyan helyet határozhat meg $\vec{\mu} = \chi\nabla A$ esetén, amely a lehetséges elkövetések övezetén kívül helyezkedik el. Rögzítési pontként lehet tekinteni azt, ahonnan az elkövető keresése megkezdődik és célként az eredeti feltételt, az y(0)=z összefüggés vehető figyelembe (Mohler, G., Short, M., Brantingham, P., Schoenberg, F., and Tita, G.(2008).

Az y(t) bűncselekményt y(t) egységnyi idő alatt követték el úgy, hogy az adott pályához a tér-idő y(t) pont megszűnik, mely pontban számítható a földrajzi profil. A Monte Carlo számítógépes modellezés feltételez egy olyan valószínűsíthető keresési területet, melyben a rögzítési pont P(z). A közvetett alapú modellezés igen elterjedt a nyomozásokban, mivel az elemzéskor nem szükséges felhasználni a matematikai analízist (Mohler, G., Short, M., Brantingham, P., Schoenberg, F., and Tita, G.(2008).

A Fokker-Planck egyenlet

A pontosabb helymeghatározás elérése érdekében a matematika nem hagyható figyelmen kívül. A büntetőeljárás megindításakor a feltételezések határozzák meg ρ(x,t|z) valószínűségi környezetben az elkövető z rögzítési pontját, mely az alábbi Fokker-Planck egyenlettel írható le.

$$\frac{d\rho}{dt} = \nabla\cdot(D\nabla\rho) - \nabla\cdot(\vec{\mu}(\mathbf{x})\rho) - A(\mathbf{x})\rho \quad , \qquad \rho 0=\delta\,(\text{x-z}),$$

ahol ∇ változó a valószínűséget jelenti az integrált x időben Mohler, G., Short, M., Brantingham, P., Schoenberg, F., and Tita, G.(2008).

A bűncselekmény valószínűsége P(x|z)=A(x)ρ(x|z), ha $\rho(\mathbf{x}\mid\mathbf{z}) = \int_0^\infty \rho(\mathbf{x},t\mid\mathbf{z})dt$ oldja meg az alábbi elliptikus parciális differenciál egyenletet,

$$-\nabla\cdot(D\nabla\rho) + \nabla\cdot(\vec{\mu}(\mathbf{x})\rho + A(\mathbf{x})\rho = \delta(\mathbf{x}-\mathbf{z})\,.$$

A $\int_0^\infty \rho(\mathbf{x},t\mid\mathbf{z})dt$ nem ad pontos meghatározást drift $\vec{\mu}$ együtthatóra és az elkövetési területre.

Akkor egyértelmű a meghatározás, ha a $\vec{\mu}$=0 és A(x)=A0>0 (a mag $A_0 e^{-A_0 t}$ szorzóval (Mohler, G., Short, M., Brantingham, P., Schoenberg, F., and Tita, G.(2008).

Dirichlet és Neumann-féle határfeltételek

Az egyenletnek figyelembe kell venni egy véges tartomány numerikus közelítését. Reális peremfeltétel és a megfelelő nagyságú vizsgált terület (domain) esetén a véletlenszerű elkövetések nélkül a határ elérésekor a bűncselekmény alacsony valószínűségű.. A figyelembe vett 70km*70km-es (domain) terület arányos az A(x) lakóépületek sűrűséggel. Dirichlet és Neumann a határfeltételekre a $\rho(\mathbf{x},t\,|\,\mathbf{z})$ jól körülhatárolásával adott választ. R (Estep, D. 2004).

A földrajzi-grafikai profilokat az adjungált (komplex algebra) egyenlet a Bayes-tétel segítségével határozható meg, ahol a P(x) rögzítési pontot jelöl:

$$P(\mathbf{z}\,|\,\mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z})P(\mathbf{z})}{\int_{R^2} P(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z})P(\mathbf{z})dz} = \frac{A(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z})P(\mathbf{z})}{\int_{R^2} A(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z})\rho(\mathbf{z})dz} = \frac{\rho(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z})P(\mathbf{z})}{\int_{R^2} \rho(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z})P(\mathbf{z})dz}.$$

A $\rho(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z})$ Green függvény lineáris együtthatói közül a bal oldali fix x és a változó z függvényt az $f(\mathbf{z}) = \rho(\mathbf{x},t\,|\,\mathbf{z})$ oldja meg az adjungált (komplex) egyenletet

$$-\nabla \cdot (D\nabla f) - \vec{\mu}(\mathbf{z}) \cdot \nabla f + A(\mathbf{z}) f = \delta(\mathbf{z}-\mathbf{x})$$, ahol ∇ a változó.

A földrajzi profil valószínűségének megoldásában az egyenlet bal oldalán az alappontot a jobb oldali helyszínek feltételezett eloszlás rögzítési pontjaival megszorozzuk, mely által az egyenlet normalizálódik. Az elsőrendű származtatott változások jele lesz az új egyenletnek, mely a maradék egyenletben hoz változást. A gyakorlati szempontból, ha a bűnözők az elkövetési terület felé orientálódnak, a nyomozások kezdetben a helyszínektől távolodnak (Estep, D. 2004).

A földrajzi profil egyenlete sorozatbűncselekmény esetén

A feltételezés szerint, ha a sorozat bűncselekményt ugyanaz a személy követte el, akkor a földrajzi profil több esemény alapján megalkotható,

$$\mathrm{P}(\mathbf{z}\,|\,\mathbf{x}_1,...,\mathbf{x}_\mathrm{N}) = \frac{P(\mathbf{x}_1\,|\,\mathbf{z})...P(\mathbf{x}_\mathrm{N}\,|\,\mathbf{z})P(\mathbf{z})}{\int_{R^2} P(\mathbf{x}_1\,|\,\mathbf{z})...P(\mathbf{x}_\mathrm{N}\,|\,\mathbf{z})P(\mathbf{z})dz} = \frac{\prod_{i=1}^{N} f_i(\mathbf{z})P(\mathbf{z})}{\int_{R^2} \prod_{i=1}^{N} f_i(\mathbf{z})P(\mathbf{z})dz},$$

ahol fi(z) megoldása,

$$-\nabla \cdot (D\nabla f_i) - \vec{\mu}(\mathbf{z}) \cdot \nabla f_i + A(\mathbf{z}) f_i = \delta(\mathbf{z}-\mathbf{x}_i)$$ (Estep, D. 2004).

A puffer zóna egyenlete

A puffer zóna az alábbi egyenlettel oldható meg:

$P(\mathbf{x} \mid \mathbf{z}) = 1_{\{|\mathbf{x}-\mathbf{z}|>r\}} A(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x} \mid \mathbf{z})$ ahol a $\rho(\mathbf{x} \mid \mathbf{z})$ a módosított következő egyenlet oldja meg

$$-\nabla \cdot (D\nabla\rho) + \nabla \cdot (\vec{\mu}(\mathbf{x})\rho) + 1_{\{|\mathbf{x}-\mathbf{z}|>r\}} A(\mathbf{x})\rho = \delta(\mathbf{z}-\mathbf{x}).$$

Az ötlet szerint a tettesek nem hagyják el a kör alakú pufferzónát, azonban a körben és a rögzített pont környékén bűncselekményt nem követnek el. A maradék egyenlet megoldása szerint

$$-\nabla \cdot (D\nabla f) - \vec{\mu}(\mathbf{z}) \cdot \nabla f + 1_{\{|\mathbf{x}-\mathbf{z}|>r\}} A(\mathbf{z}) f = \delta(\mathbf{z}-\mathbf{x}).$$

A földrajzi profilalkotás valószínűsége,

$$P(\mathbf{z} \mid \mathbf{x}) = \frac{1_{\{|\mathbf{x}-\mathbf{z}|>r\}} f(\mathbf{z}) P(\mathbf{z})}{\int_{|\mathbf{x}-\mathbf{z}|>r} f(\mathbf{z}) P(\mathbf{z}) d\mathbf{z}}$$ (Estep, D. 2004).

A LEHETSÉGES ELKÖVETÉSEK ÉS A TERÜLET VISZONYA

A 2003-2007 között a los angelesi betörések közül 244 sorozatot derítettek fel a nyomozó hatóságok. A sorozatok 3 és 32 közötti elkövetésekből álltak, melyek átlaga 3,7-et mutatott. A feltételezés szerint a tettesek közötti eloszlás egyenletes, minden városon belüli lakóház egyformán „vonzó" a bűnözők számára (Schuss, Z. (1980)..

Az elkövetési területen az elkövetési lehetőség A(x)=A0·H(x) és az előzetes cselekmények P(z)=P0·H(z) arányos a lakások H sűrűségével. A gyakorlatban a P(z) kiegészítő információként jelenhet meg a rendőrségi adatbázisból a lakásokra, a korábbi elkövetőkre, a feltételes szabad lábon lévőkre, a potenciális gyanúsítottakra és más bűncselekményekre vonatkozóan (Silverman, B. W. (1986).

Feltételezhető továbbá, hogy a tettesek mozgását a város sztochasztikusan szabályozza, ezért $\mathrm{drift}(\vec{\mu}) = 0$. A tényleges paraméter $\Theta^k = \frac{D}{A_0}$ lehet becsülni egy x megoldott bűncselekmény sorozatban a k helyszínen $\{\mathrm{X}_i^k\}_{i=1}^{N_k}$ és a rögzítési pont zk maximalizálja a log függvény valószínűségét,

$$\hat{\Theta}^k = \underset{\Theta}{\arg\max} \sum_{i=1}^{N_k} \log(P(\mathbf{x}_i^k \mid \mathbf{x}^k, \Theta)).$$

ahol az események egymástól függetlenek. A tényleges paraméter értékét π(Θ) kell beépíteni a valószínűsítésen alapuló egyenletbe,

$$P(\mathbf{z} \mid \mathbf{x}_1,...,\mathbf{x}_N) \alpha \int \mathrm{P}(\mathbf{x}_1 \mid \mathbf{z},\Theta)...\mathrm{P}(\mathbf{x}_N \mid \mathbf{z},\Theta) P(\mathbf{z}) \pi(\Theta) d\Theta$$

(Fouque, J-P., Papanicolaou, G., and Sircar, K. R. 2000).

A földrajzi környezet és az utazó bűnözés közötti összefüggés

Gyakran előfordul, hogy a tettesek egy része nem a lakókörnyezetében követi el a bűncselekményeket, hanem azoktól távol, ahová közlekedési eszközökkel jutnak el. Az ingázások nemcsak nagy területekre, hanem a régióra, vagy városra is vonatkozik. A los angelesi sorozat betörések vizsgálatakor matematikai úton kimutatható, hogy az összes bűncselekmény helyszínei által megrajzolt legkisebb körben található az elkövető tartózkodási helye, azonban a teljes elemzés kiterjed a város agglomerációs övezetére is. A földrajzi környezet változatossága, illetve az elkövető ingázása azt eredményezheti, hogy a valószínűsíthető keresési terület nem esik egybe a ténylegessel. Az eltérés a tettes egy adott irányba történő mozgásából adódhat (Brantingham, P. J. and Tita, G. 2008).

Két los angelesi bűncselekmény sorozat a lakóházak sűrűségéből adódóan 70km*70km övezetben megrajzolható. A rajzolt négyzetben a tettes tartózkodási helye, attól távolabbi, illetve közelebbi helyszínek körökkel jelölhetők. A megközelítés módszerével felállított egyenletbe beépíthető az utazásokkal elkövetett cselekmények.

$$\min_i d(\mathbf{z},\mathbf{x}_i) > \gamma \max_{i,j} d(\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j)$$

(Johnson, S. D., Summers, L., Pease, K. (2009).

Ha a bűncselekményhez megtett távolság nagyobb, mint a helyszínek közötti távolságok, akkor megállapítható, hogy utazó bűnözőről van szó.

Az alábbi egyenletben a földrajzi profil felhasználásával a P(M) a helyi elkövetőket a P(C) az utazó bűnözőket jelöli.

$$P(\mathbf{z} \mid \mathbf{x}_1,...,\mathbf{x}_N) \alpha \int \mathrm{P}(\mathbf{x}_1 \mid \mathbf{z},\Theta)...\mathrm{P}(\mathbf{x}_N \mid \mathbf{z},\Theta) \pi_M(\Theta) d\Theta \cdot P(M) P(\mathbf{z}) + \int P(\bar{\mathbf{x}} \mid \mathbf{z},\Theta) \pi_C(\Theta) d\Theta \cdot P(C) P(\mathbf{z})$$

(Johnson, S. D., Summers, L., Pease, K. (2009)

Az MLE egyenlet

A $\pi_M(\Theta)$ az empirikus úton történt maximális valószínűsítés becslése az MLE (maximum likelihood estimation) kernel paraméter segítségével számolható

$$\pi_M(\Theta) = \sum_{k \in M} K(\Theta - \hat{\Theta}^k),$$

ahol az M index a betörés sorozat és a $\hat{\Theta}^k$ az MLE paraméter a k sorozatban. A $\pi_C(\Theta)$ becsült értéke hasonlóan alakul

$$\hat{\Theta}^k = \arg\max_{\Theta} \sum^{N_k} \log(P(\overline{\mathbf{x}}^k \mid \mathbf{z}^k))$$
,

ahol $\overline{\mathrm{x}}^k = \frac{1}{N_k}\sum_{i=1}^{N_k} \mathrm{x}_\mathrm{i}^k$.

Az elkövető rendszeres mozgása azt sugallja, hogy a helyszínekre utazik. Az xi helyszínek egy rögzített (s) pont mentén kör alakban helyezkednek el. A munkavégzés helye, a barát lakása, stb. nem ismertek, ezért az $\overline{x}$ rögzítési pont meghatározása problémát okoz., mivel nem fogja megtalálni azt az alappontot, mely az elkövető valószínűsíthető z tartózkodási helyét határozza meg. Az elővárosi rögzítési pont kiválasztásának ugyanaz a célja, mint az elkövetőjének, azonban a feltételezések megfelelő irányát a jövő kutatásai határozzák meg. A földrajzi profilalkotás a CGT (Criminal Geographic Targeting) algoritmusban a PDE-alapú egyenletekkel alkalmazhatók (Johnson, S. D., Summers, L., Pease, K. (2009).

A CGT algoritmus

$$f(d)= \begin{cases} \frac{k}{d^h}, d > B \\ \\ \frac{kB^{g-h}}{(2B-d)^g}, d \le B \end{cases}$$

ahol a távolság függvény metrikus. Az f = g = 1,2 és a két legközelebbi helyszín között az átlagos távolság B 1/2. A PDE-alapú modellben az adathalmazt 128x128 felbontású 70 km x70 km domain területen Dirichlet függvényanalízis feltételrendszere alapján vizsgálják. Az elemzés a trapéz alakú 20 pontos diszkretizációs közelítéssel végezhető el. A P(M) és a P(C) paramétereket leave-one-out (rangsorolásos) módszer segítségével empirikus úton lehet kiszámítani, ha γ=1. A modell egy adott sorozatban a paraméterek kalkulációjával értékelhető. A PDE-alapú modellek összehasonlításakor az összes elkövető paramétere (P(M)=1) annak érdekében, hogy a kinetikai hatásokat az utazó bűnözők adatinak felhasználásával a Bayes-tétel alapján értékeljük (Keats, A., Yee, E., and Lien F-S. (2007).

Számítási módszerek profilalkotás modellezésére

A három földrajzi profilalkotó modell (CGT) algoritmusaiban a PDE-M (P(M)=1), a PDE-MC (P(M)≠1). A PDE-MC a helyszínek, a közeli és távolabbi elkövetések segítségével rajzolható meg. A PDE-alapú modell figyelembe veszi a földrajzi változatosságot a valószínűsíthető helyszíneket a lakóövezetekben. A földrajzi profilok megalkotásakor a CGT algoritmus a két PDE-M sorozat segítségével értékeli a magánterületektől kezdve a kereskedelmi központokon át, a hegyeket, és az óceánokat is. A módszer azt tételezi fel, hogy a bűncselekmények egymástól függetlenül következtek be (Briggs, W. L., Emden Henson, V., McCormick, S. F. 2000).

A három modell log valószínűségét a CGT pontszám funkció értékeli. A módszer megfelelő rögzítési pontok felállítása alapján valószínűségi mennyiséget mér. A PDE-M modell CGT algoritmussal az elkövetők részhalmazára pontosabb számítást eredményez, mint a statisztikai módszer (log-likelihood). A valószínűsíthető bűncselekmények körül helyezkedik el a tényleges sorozatelkövetés, mely alapján az agglomerációs övezetben elkövetett cselekmények negatív hozzájárulása biztosítja a teljes valószínűség PDE-M értékét. A PDE-MC modell CGT algoritmusa a Bayes-tétel felhasználásával ad megközelítést, mely átlagosan 66,7% (Mohler, G., Bertozzi, A., Goldstein, T., and Osher, S. (2009).

A CGT algoritmus alsó statisztikai (log-likelihood) értéke elővárosi bűncselekményekből. következik. Az egyenlet valószínűsége a CGT és hasonló algoritmusokkal számolható a mag paraméterek segítségével feltételezve, ha a cselekmények egymástól függetlenül következtek be. A módszerrel pontosabb eredmény érhető el, ha az elkövetőnek van állandó tartózkodási helye, ugyanis utazó tettes esetén, a számítások már pontatlanok (Mohler, G., Bertozzi, A., Goldstein, T., and Osher, S. (2009).

A CGT és a PDE közötti eltérések

Az alábbi táblázat a CGT és a PDE módszerek közötti eltéréseket mutatja.

CGT	PDE-M	PDE-MC
-2446,9	-2595,2	-2348,1

A CGT és a két PDE alapú modellek metrikus összehasonlítása során az egyik példában a várost kisebb területekre 0,3 km2-es övezetekre) osztjuk fel. Minden sorozat betörés adatsora, valószínűsége az előbb meghatározott méretű területekben, ún. cellákban jelölhető. A 244 sorozat a lakóépületek %-os arányában ábrázolható, melyben található a top-x%-ú cella. A nyomozás szempontjából a top-x cellát lehet tekinteni a helyes helymeghatározásnak. A modellek közül PDE-M algoritmussal az eredmények pontosabbak annak ellenére, hogy a statisztikai (log-likelihood) adatok szerint a másik két módszerhez képest alacsonyabb besorolásba került. (Short, M. B., D'Orsogna, M. R., Pasour, V. B., Tita, G. E., Brantingham, P. J., Bertozzi, A. L. and Chayes, L. (2008).

A PDE-M kevesebb helyre vonatkoztatja a valószínűséget, azonban a keresett területen végzett szűkítése kedvező. A PDE-MC modellt a fejlesztések valamelyest javították, azonban komolyabb előrelépést a számítások terén még nem jelentett. A földrajzi profilalkotásban új keretet kínál a Bayes-tétel, amely a tettesek mozgását kinetikai alapokra helyezi (Mohler, G., Bertozzi, A., Goldstein, T., and Osher, S. (2009).

A modellezés fejlesztésére irányuló elképzelés

A jövőt illetően fontolóra kell venni, hogy az általános modellek az alábbi egyenletből induljanak ki.

$$-L\rho + \nabla \cdot (\vec{\mu}(\mathbf{x})\rho) + A(\mathbf{x})\rho = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{z}).$$

Az egyenletben az L a relatív diffúziós együttható, melynek sorozatbűncselekmények földrajzi profilalkotásakor van nagy szerepe Lehetőség nyílik arra is, hogy a diffúziós paraméter valószínűségszámításra épülő (sztochasztikus) folyamat mentén épüljön be az egyenletbe. A sztochasztikus, nagy amplitudóban változó (volatilitás) modelleket a gazdasági folyamatok elemzésére használják, mely modellezés előnyös lehet az inhomogén büntetőügyekben is, vagyis $L = \nabla \cdot (d(\mathbf{x})\nabla)$ jelenti a földrajzi profil valószínűségét (Barton G. 1989).

A nagy városok forgalma is fontos szerepet játszik a rögzítési pontok meghatározásában. A rögzítési pontok egyenlő távolságra vannak (térben) a helyszínektől, de időben eltérnek egymástól és a bekövetkezések valószínűsége sem jelenik meg azonos súllyal. A földrajzi akadályok, mint a parkok, a folyók, a tavakat stb. is a valószínűségi számítások részei, mivel a tettesek eme szétszórt (diffúz) objektumok körül vagy mentén mozognak (Tadjeran, C., Meerschaert, M. M., Scheffler, H-P. 2006).

Az olyan típusú bűncselekményekben, ahol a lakások sűrűsége nem játszik szerepet, a figyelem arra a területre irányul, ahol pl. személy elleni bűncselekményeket, gépjárműlopást, stb. követtek el, melyek kedvező feltételeket jelentettek a tettesnek a cselekmények elkövetésére (Tadjeran, C., Meerschaert, M. M., Scheffler, H-P. 2006).

A térbeli pont meghatározása

Az alábbi modellben a P marginális érték a Pc(x) a bűncselekmények valószínűsíthető sűrűsége,

$$P_c(\mathbf{x}) = \int_{R^2} A(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x} \mid \mathbf{z})P(\mathbf{z})d\mathbf{z},$$

melyből lehet következtetni az összes helyszín térbeli adataiból egy adott valószínűsíthető térbeli pontra, mely $\hat{P}_c(\mathbf{x})$ keresési terület minimálisra csökkentésével számítható a közelítő érték.

$$\int_{R^2} (\hat{P}_c(\mathbf{x}) \text{-} \int_{R^2} A(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x} \mid \mathbf{z})P(\mathbf{z})d\mathbf{z})^2 d\mathbf{x}$$

(Tadjeran, C., Meerschaert, M. M., Scheffler, H-P. 2006).

ÖSSZEGZÉS

A modellezés akkor eredményes, ha földrajzi jellemzés módszerei figyelembe veszik nemcsak a szabályszerűségeket, hanem a korlátokat is. A profilalkotó módszer az időben elnyúló sorozat bűncselekmények elkövetőjének felderítésére a bűncselekmény típusától függetlenül is jól alkalmazható. A marginális sűrűség $\hat{P}_c(\mathbf{x})$ segítségével rekonstruálni lehet térben és időben a sorozatbűncselekmény elkövetésének teljes folyamatát.

Felhasznált irodalom

[1] Barton G. (1989): Elements of Green's Functions, Waves, and Propagation: Potentials, Diffusion, and Waves. Clarendon Press: Oxford. pp.246-262.

[2] Brantingham, P. J. and Tita, G. (2008): Offender mobility and crime pattern formation from first principles. Artificial Crime Analysis Systems, Edited by Lin Liu and John Eck. IGI Global: Hershey, PA. pp.6-18

[3] Briggs, W. L., Emden Henson, V., McCormick, S. F. (2000): A multigrid tutorial. SIAM. pp.333-390.

[4] Canter, D., Co_ey, T. Huntley, M., and Missen, C. (2000): Predicting serial killers' home base using a decision support system. Journal of Quantitative Criminology, 16 (4), 457-478

[5] Canter, D. and Larkin, P. (1993): The environmental range of serial rapists. The Journal of Environmental Psychology, 13, pp.63-69.

[6] Clarke, R. V. and Felson, M., eds. (1993): Routine Activity and Rational Choice: Advances in Criminological Theory. Vol. 5. Transaction Books: New Brunswick, NJ. Pp. 79-107.

[7] Estep, D. (2004): A short course on duality, adjoint operators, Greens functions, and a posteriori error analysis. pp.421-434 www:math:colostate:edu/~estep/research/preprints/adjointcourse_final.pdf

[8] Fouque, J-P., Papanicolaou, G., and Sircar, K. R. (2000): Derivatives in Financial Markets with Stochastic Volatility. Cambridge University Press. pp.451-477.

[9] Groff, E. (2008): Characterizing the Spatio-Temporal Aspects of Routine Activities and the Geographic Distribution of Street Robbery. Artificial Crime Analysis Systems. Liu and Eck (Eds.) IGI Global: Hershey, PA. pp. 75-103.

[10] Holcman, D., Marchewka, A., and Schuss, Z. (2005): Survival probability of diffusion with trapping in cellular neurobiology. Physical Review E, 72 (3), 031910. pp.13-19

[11] Johnson, S. D., Summers, L., Pease, K. (2009): Offender as Forager? A Direct Test of the Boost Account of Victimization. Journal of Quantitative Criminology, in press. pp.11-20.

[12] Keats, A., Yee, E., and Lien F-S. (2007): Bayesian inference for source determination with applications to a complex urban environment. Atmospheric Environment, 41, 465-479.

[13] Levine, N. (2007): CrimeStat: A spatial statistics program for the analysis of crime incident locations (v 3.1). Ned Levine and Associates, Houston, TX and the National Institute of Justice, Washington, D.C. pp. 13-22.

[14] Mohler, G., Short, M., Brantingham, P., Schoenberg, F., and Tita, G.(2008): Self-exciting point processes explain spatial-temporal patterns in crime, in review. Pp. 201-219.

[15] Mohler, G., Bertozzi, A., Goldstein, T., and Osher, S. (2009): Fast TV regularization for 2D maximum penalized likelihood estimation, in review. pp. 16-34

[16] O'Leary, M. (2009): The mathematics of geographic pro_ling. preprint. pp. 397-416

[17] Rossmo, K. (2000): Geographic Profiling. CRC Press. pp.159-175.

[18] Schuss, Z. (1980): Theory and Applications of Stochastic Di_erential Equations. Wiley Series in Probability and Statistics: New York. Pp.112-118.

[19] Short, M. B., D'Orsogna, M. R., Pasour, V. B., Tita, G. E., Brantingham, P. J., Bertozzi, A. L. and Chayes, L. (2008): A Statistical Model of Criminal Behavior. M3AS, 18, pp. 1249-1267

[20] Short, M. B., D'Orsogna, M. R., Brantingham, P. J., and Tita, G. E. (2009): Measuring repeat and near-repeat burglary e_ects. Journal of Quantitative Criminology, to appear. pp.325-340.

[21] Silverman, B. W. (1986): Density Estimation for Statistics and Data Analysis, London: Chapman and Hall. Pp. 683-690.

[22] Tadjeran, C., Meerschaert, M. M., Scheffler, H-P. (2006): A second-order accurate numerical approximation for the fractional diffusion equation. Journal of Computational Physics, 213, 211-249.

[23] Wang, X., Liu, L. and Eck, J. (2008): Crime Simulation Using GIS and Artifical Intelligence. Artificial Crime Analysis Systems, Edited by Lin Liu and John Eck. IGI Global: Hershey, PA. pp. 205-213